→ le MS possède ~ 20 paramètres libres (insatisfaisant).
→ La plupart des particules élémentaires sont instables.

2 SYMETRIES ET LOI DE CONSERVATION

2.1 Théorème de Noether

Symétries

→ Loi de la physique symétriques si invariantes sous certaines transformation.

ex: gravité de Newton invariante sous SO(3) car le champ gravitationel est le même $\forall$ directions.

→ $\forall$ symétrie ⟷ groupe de transformation qui laisse le $\mathcal{L}$ ou H invariant.

Version classique :

THM Emmy Noether (1917):

A toute invariance du lagrangien pour une transformation donnée, correspond une intégrale première ou constante du mouvement.

Symétrie	Loi de conservation
Translation de temps	Energie
Translation d'espace	Quantité de mouvement
Rotation d'espace	Moment angulaire

↳ ces symétries expriment le caractère isotrope, homogène et indépendant du temps des lois physique.

Version quantique non relativiste :

→ En mécanique quantique, ces symétries s'expriment par un opérateur unitaire $\hat{Q}$ (unitaire $Q^*Q = QQ^* = \mathbb{1}$) qui commute avec l'hamiltonien.

Soit le système dans un état ψ.

→ mesure physique : $\langle q \rangle = \int \psi^* \hat{Q} \psi \, dV$ valeur moyenne d'un opérateur

THM $\langle p \rangle$ est constante du mouvement $\Leftrightarrow [\hat{Q}, \hat{H}] = 0 \Leftrightarrow \hat{H} = \hat{Q}^{-1} \hat{H} \hat{Q}$

2.2 Les symétries continues

⊙ Translations :

Considérons une translation $\bar{r} \mapsto \bar{r} + \bar{a}$. Puisque c'est une symétrie continue, on se restreint à une transformation infinitésimale : $\bar{r} \mapsto \bar{r} + \delta\bar{r}$

→ On a alors $\hat{H}(\bar{r}+\delta\bar{r}) = H(\bar{r}) \Rightarrow [\hat{D}, \hat{H}] = 0$

opérateur translation

→ Translation selon $\vec{1}_x$:

$\psi(x+\delta x) = \psi(x) + \delta x\, \partial_x \psi(x) \equiv \hat{D}_x \psi(x) = (1 + \delta x \partial_x)\psi(x)$

Or, $\hat{p}_x = -i\hbar\partial_x$. Ainsi, $\hat{D}_x = 1 + \frac{i}{\hbar}\delta x\, \hat{p}_x$. On dit que $\hat{p}_x$ est le générateur infinitésimal de $\hat{D}_x$.

On trouve bien que $[\hat{p}, \hat{H}] = 0$ l'invariance de H par $\hat{D}$ conduit à la conservation de $\hat{p}$. Vérifions le :

$$\langle \hat{p}_x \rangle = \int \psi^* \hat{p}_x \psi\, dV$$

$$\frac{d}{dt}\langle \hat{p}_x \rangle = \int dV \left\{ \frac{\partial \psi^*}{\partial t} \hat{p}_x \psi + \psi^* \frac{\partial}{\partial t}[\hat{p}_x \psi] \right\}$$

Or, l'équation de S dit $\hat{H}\psi = i\hbar\partial_t\psi$. Ainsi, $\partial_t \psi = \frac{-i}{\hbar} H\psi$

$$\frac{d}{dt}\langle \hat{p}_x \rangle = \int dV \left\{ \frac{+i}{\hbar} \psi^* \hat{H} \hat{p}_x \psi - \frac{i}{\hbar} \psi^* \hat{H} \hat{p}_x \psi \right\} = 0$$

⊙ Rotations :

→ On introduit l'opérateur rotation $\hat{R}$. On suppose $[\hat{R}, \hat{H}] = 0$

Pour une rotation infinitésimal autour de $\vec{1}_z$, on a :

$\psi(\phi + \delta\phi) = (1 + \delta\phi\, \partial_\phi)\psi(\phi) \equiv \hat{R}_z \psi(\phi)$

La composante z de l'opérateur moment angulaire total est donné par

$\vec{L} = \vec{x} \wedge \vec{p}$

$L_z = x p_y - y p_x$

$\hat{J}_z \equiv x\hat{p}_y - y\hat{p}_x = -i\hbar(x\partial_y - y\partial_x) = -i\hbar\partial_\phi \rightsquigarrow \hat{R}_z = 1 + \frac{i}{\hbar}\delta\phi\, \hat{J}_z$

Si $[\hat{R}_z, \hat{H}] = 0$, alors $[\hat{J}_z, \hat{H}] = 0 \Rightarrow \langle J_z \rangle$ est conservé.

→ De plus, $[\hat{J}_z, \hat{J}^2] = 0$ et $[\hat{J}^2, \hat{H}] = 0 \Rightarrow \langle J^2 \rangle$ est conservé.

→ Le moment angulaire total J est conservé, et pas séparément le moment angulaire orbital L et le spin S.

2.3 Les symétries internes

→ Agissent sur les particules (ou les champs en QFT) au lieu de l'espace temps. Ce sont des lois de conservation des nombres, introduite pour rendre compte de l'absence de certaines réactions.

ex: $p \not\to e^+ + \gamma$ $\quad \mu^- \not\to e^- + \gamma$

→ Conservation de Q_e : correspond à l'invariance de l'Hamiltonien sous ≠ transformations continues

⊙ Transformation de jauge :

→ Cas de l'electrodynamique classique :

→ Les transfo de jauge ≡ laissent inchangées les grandeurs observables $\bar{E}$, $\bar{B}$. Elles modifient les potentiels $\bar{A}$ et ϕ.

Puisque $\bar{E} = -\bar{\nabla}\phi - \frac{1}{c}\frac{\partial \bar{A}}{\partial t}$ et $\bar{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$, on possède un choix de jauge sur les potentiels :

DEF $\phi \mapsto \phi + \partial_t f$ et $\bar{A} \mapsto \bar{A} - \bar{\nabla} f$ avec $f = f(\bar{x}, t)$

On appelle cette transfo une transformation de jauge locale (locale car f dépend de x)

→ On obtient alors la conservation de la charge electrique :

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{j} + \frac{\partial f}{\partial t} = 0$$

→ Cas de la QFT :

Dans cette théorie, les transformations de jauge agissent sur les fonctions d'ondes ψ, et qui laissent invariante la densité de probabilité :

$$\psi \mapsto \psi e^{-ie\alpha} \quad \rightsquigarrow |\psi e^{-ie\alpha}|^2 = \psi^*_e{}^{+ie\alpha} \psi e^{-ie\alpha} = |\psi|^2$$

→ On distingue 2 types de transformations :

DEF Les transformations globales lorsque α ne dépend pas de $\vec{x}$

Les transformations locales lorsque $\alpha = \alpha(\vec{x})$

↳ Dans le chapitre III, nous verrons que :

→ pour α constant ⇒ conservation de Q_e

→ pour $\alpha(x)$ ⇒ masse du photon nulle.

⊙ Rotations dans l'espace des isospins :

→ Isospin des hadrons :

→ masse du n et du p très proche ($m_p \simeq 938$ MeV/c^2, $m_n \simeq 940$ MeV/c^2)

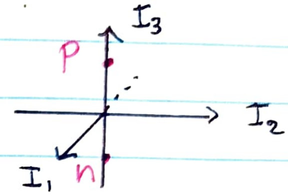
→ même comportement face à l'interaction forte.

↳ Heisenberg propose de regarder ces 2 particules comme 2 états d'une particule unique, le nucléon. On écrit

$N = |p\ n\rangle$ // spin 1/2 : $S_z = |\uparrow \downarrow\rangle$

→ On introduit alors l'isospin $\hat{I}$ un opérateur à 3 composantes dans l'espace des isospins.

→ Une rotation autour de $I_{1,2}$ revient à permuter n et p.



→ On emprunte le formalisme et les règles d'addition des moments angulaires : $|I\ I_3\rangle$

→ Pour les nucléons : $p = |\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\rangle$ et $n = |\frac{1}{2}\ \frac{-1}{2}\rangle$

→ On généralise ce formalisme à tout les hadrons tels que

1) leur masse est similaire

2) leur #Q sont identique, sauf Qe

ex : π^-, π^0, π^+ : $\pi^- = |1,-1\rangle$ $\pi^0 = |1,0\rangle$ $\pi^+ = |1,1\rangle$

Λ^0 (seul) : $\Lambda^0 = |0\ 0\rangle$

→ Isospin des quarks :

→ On étend l'isospin au quarks. A cause des nombres quantiques $S, C, \tilde{B}, T$, on a :

$|s\rangle = |00\rangle$, $|c\rangle = |00\rangle$, $|b\rangle = |00\rangle$ et $|t\rangle = |00\rangle$.

→ La masse effective (et non la masse nue) des quarks u et d est similaire (~ 340 MeV/c^2). Ils forment un doublet :

$u = |\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\rangle$ et $d = |\frac{1}{2}\ \frac{-1}{2}\rangle$.

→ Isospin des leptons :

L'isospin se définissant que pour les particules sensibles à l'IF, les leptons n'ont pas d'isospin (ou $I = 0$).

→ L'hyperchange :

DEF On définit un nouveau nombre quantique, l'hyperchange Y par :

$$Y = B + S + C + \tilde{B} + T$$

→ Par construction, tout les membres d'un multiplet ont même hyperchange.

→ Interactions fortes

→ Les rotations dans l'espace des isospins permuttent des particules qui appartiennent à un m̂ multiplet d'isospin. Elles ont donc le même comportement par rapport à l'IF :

PROP : Il y a invariance de l'IF pour une rotation dans l'espace des isospins → I et I_3 sont conservés.

// comme J et J_z pour les rotations dans $\mathbb{R}^3$.

→ Interactions electromagnétiques :

→ La composante I_3 d'un hadron s'obtient en additionant celle des quarks qui les composent.

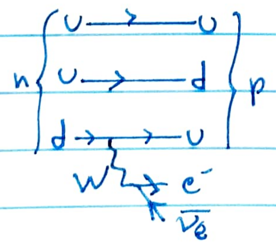
↳ Puisque l'Iem ne modifie pas la saveur des quarks, I_3 est conservé par l'Iem, mais pas I

ex : $\Sigma^0 \to \Lambda^0 + \gamma$ $(I = 1 \to I = 0)$

→ Interactions faibles :

→ Les interactions à courant changé modifie la saveur des quarks, dans l'isospin I et I_3 ne sont pas conservé par l'If.

ex : • $n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$



$\Delta I_3 = 1$

$\Delta I = 0$

• $K^+ \to \pi^0 + e^+ + \nu_e$

$\Delta I_3 = -1/2$ $\Delta I = 1/2$

• $\Omega^- \to \Lambda^0 + K^-$

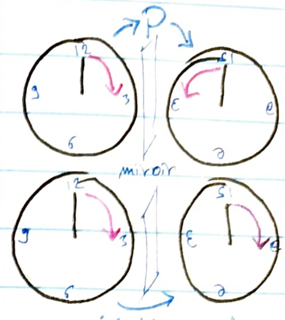
$\Delta I_3 = -1/2$ $\Delta I = 1/2$

2.4 Les symetries discrètes

⊙ Parité : P

→ Experience de Wu (1957) :

→ Experience qui mis en évidance la violation de la parité P dans la désintegration β (If) du Cobalt.



Violation de la symetrie P.

$${}^{60}_{27}Co \rightarrow {}^{60}_{28}Ni + e^- + \bar{\nu}_e + 2\gamma$$

1) Cobalt dans $\vec{B}$ à temperature très basse

↳ Spin du Co alligné avec $\vec{B}$

2) Inverser $\vec{B}$:

↳ remarque que les e^- émis sont dans la direction opposé à $\vec{B}$

↳ exemple d'un processus faible dont l'image dans un miroir ne se produit pas dans la nature

→ Les If non invariantes par réflexion.

→ Hélicité

On définit l'hélicité d'une particule de spin $\vec{S}$ par :

$$h \equiv \frac{\vec{p}\cdot\vec{S}}{|\vec{p}|}$$ où $\vec{p}$ est l'impulsion de la particule.

⊙ Particules de masse non nulle

→ h dépend du référentiel

ex : soit un électron d'hélicité +1/2, de vitesse $\vec{v} = v\,\vec{1}_x$. Depuis un référentiel allant à vitesse $\vec{w} = w\,\vec{1}_x$ avec $w > v$, on a $\tilde{h} = -1/2$

↳ Pour les particules massive, l'hélicité n'est pas un invariant de Lorentz.

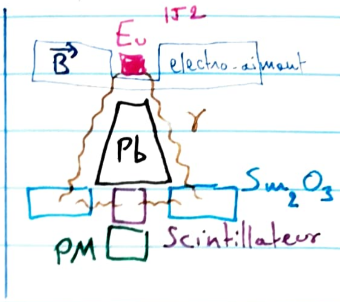
⊙ Particules de masse nulle

→ Si $m = 0$, $p = E$ et $\beta = 1$, donc $v = c$. L'hélicité devient alors un invariant de Lorentz.

↳ Pour les γ, $\exists$ 2 hélicité : $h = \pm 1$ dans les m̂ proportions s'ils ne sont pas polarisés.

↳ Pour les neutrinos, $\underbrace{h(\nu) = -1/2}_{\text{chiralité gauche}}$ et $\underbrace{h(\bar{\nu}) = +1/2}_{\text{chiralité droite}}$.

→ Hélicité du ν_e - experience de Goldhaber (1958) :



1) Production de ν_e par de l'europium :

$$e^- + {}^{152}Eu \rightarrow {}^{152}Sm^* + \nu_e$$

$$p + e^- \rightarrow n + \nu_e$$

2) Le samarium se désexite en émettant un γ de même hélicité que le ν_e à haute energie

$${}^{152}Sm^* \rightarrow {}^{152}Sm + \gamma$$

D'autres γ d'hélicité $\neq$ sont emis à plus faible énergie.

3) Les γ traverse du Fe magnétisé par $\vec{B}$. Ceux dont le spin est alligné avec $\bar{B}$ ont plus de difficulté à traverser. On mesure alors le taux de γ dans $\bar{B}$ // et anti-//.

4) On trouve que 100% des neutrinos ont $h(\nu) = -1/2$

→ Opérateur parité :

→ On définit l'opérateur parité $\hat{P} : \bar{r} \rightarrow -\bar{r}$

L'inversion est une réflexion suivie d'une rotation de π autour d'un axe $\perp$ au plan de réflexion. Or, les lois de la physique sont invariantes par rotation.

↳ $\hat{P}\psi(\bar{r}) = P_a \psi(-\bar{r})$ où P_a est un facteur de phase.

→ Propriété de $\hat{P}$:

→ $\hat{P}$ est unitaire : $\hat{P}[\hat{P}\psi(\bar{r})] = \psi(\bar{r}) \Rightarrow \hat{P}^2 = 1$

→ Si ψ est vap de $\hat{P}$: $\hat{P}\psi(\bar{r}) = \xi\psi(\bar{r})$ avec $\xi^2 = 1$, $\xi = \pm 1$

↳ Il s'agit d'une transformation discrète

On ne considère que des systèmes qui ont des IF et Iem qui sont invariantes pour $\hat{P}$.

→ Parité intrinsèque et orbitale :

On considère une particule : $\hat{P}\psi(\bar{r},t) = P_a \psi(-\bar{r},t)$, $\psi(\bar{r},t) = \psi_{00} \exp[i(\bar{p}\bar{r} - Et)]$

→ Dans le ref. du CM, $(\bar{p} = 0)$ $\psi(\bar{r},t) = \psi(-\bar{r},t)$: c'est un vep de $\hat{P}$ avec valeur propre $P_a = \xi_a$ la parité (intrinsèque) de la part.

→ Lorsque $\bar{p} \neq 0$ avec $H(\bar{r}) = H(-\bar{r})$ et $\psi_{nlm}(r,\theta,\varphi) = \chi_{nl}(r) Y_l^m(\theta,\varphi)$,

on a $\hat{P}\psi_{nlm} = P_a \psi_{nlm}(r, \pi-\theta, \varphi+\pi) = \xi_a \cdot (-1)^l \psi_{nlm}(r,\theta,\varphi)$

↳ C'est sa parité orbitale où l est son moment orbital.

⊙ Conjugaison de charge : C :

→ On a vu que les IF et Iem sont invariantes pour P, mais les IF pas du tout ! Toutefois, dans l'exemple des neutrinos, si on les remplace par leur antiparticules après reflexion, on récupère la bonne hélicité.

→ On définit la conjugaison de charge C par

$$\hat{C}|part\rangle = |\overline{part}\rangle$$

↳ C laisse invariante les IF et les Iem.

→ Propriétés de C :

→ $\hat{C}^2 = 1$, valeurs propres sont $C = \pm 1$

→ Contrairement à $\hat{P}$, la plupart des particules ne sont pas des états propres de $\hat{C}$.

↳ Si c'est le cas (C-parité), on a $\hat{C}|part\rangle = \pm|part\rangle = |\overline{part}\rangle$

Seuls le $\gamma, \pi^0, \eta, \eta', \rho^0, \ldots$ sont identiques à leur anti-particule.

→ Pour un système de n particules dont les k premières sont des états propres : $\hat{C}|p_1 \cdots p_k\, p_{k+1} \cdots p_n\rangle = C_1 \cdots C_k |p_1 \cdots p_k\, \overline{p_{k+1}} \cdots \overline{p_n}\rangle$

→ Un système particule-antiparticule est un état propre de $\hat{C}$:

$$\hat{C}|p\bar{p}\rangle = |\bar{p}p\rangle = \pm|p\bar{p}\rangle$$

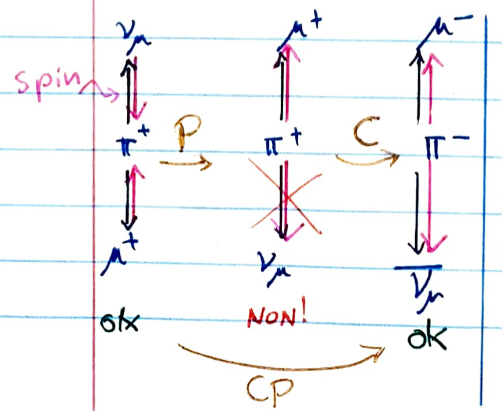
ψ symétrique ($+$) / ψ antisymétrique ($-$).

→ Exemple : Système de méson dont le spin est nul ($S=0$) de moment orbital L : $\hat{C}|\pi^+\pi^- L\rangle = (-1)^L|\pi^+\pi^- L\rangle$

car $\pi^+ \leftrightarrow \pi^-$ revient à inverser leur vecteur position relative dans la fonction d'onde spatiale.

⊙ Opérateur CP :

→ Exemple de transformation CP pour la désintégration $\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$



Cependant, des violations de CP ont été observé dans les désintégrations des K^0, B^0, D^0 et B^0_s

↳ Peut aider à expliquer le déséquilibre matière-antimatière.

⊙ Théorème CPT :

→ CP est violé par les If, mais on croit que toutes les interactions sont invariantes pour CPT, où T est l'opérateur de renversement du temps.

Thm : Le théorème CPT dit que la symétrie CPT est une propriété intrinsèque de toute théorie quantique et relativiste des champs dans laquelle les signaux ne peuvent se propager plus vite que la lumière dans le vide.

Une conséquence du théorème est que :

$m_p \equiv m_{\bar{p}}$, $\tau_p \equiv \tau_{\bar{p}}$ et $\mu_p^B \equiv \mu_{\bar{p}}^B$ où μ^B est le moment magn.

→ Aucune violation du Thm CPT n'a été observée actuellement.

3 MODÉLISATION DES INTERACTIONS FONDAMENTALES ET PREDICTIONS

3.1 Nécessité d'une théorie quantique et relativiste

→ Particules de petites dimensions → théorie quantique suffit pour étudier les états liés (ex: $H = (p, e^-)$)

↳ vitesse faible, # de particules conservé

→ A haute énergie $v/c \sim 1$ → relativité

↳ Invariance pour les transformation de Lorentz

↳ $E = mc^2$ → création - disparition

↳ Théorie quantique et relativité.

3.2 Premières tentatives

⊙ Equation de Klein-Gordon (rappel) :

→ Equation de Schrödinger (1926) :

$$\left\{ i\hbar \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - V \right\} \psi = 0$$

↳ relation de dispersion classique : $E = p^2/2m + V$

avec $E \leftrightarrow i\hbar \partial_t$ et $p_x \leftrightarrow -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$